INFORME SOBRE MESURES DE POSICIÓ CENTRAL EN MOSTRES DE DADES NUMÈRIQUES I LA SEUA APLICACIÓ EN ESCALES TIPUS LIKERT

Pablo Gregori Huerta

Departament de Matemàtiques, Institut de Matemàtiques i Aplicacions de Castelló,

Universitat Jaume I

Les mesures de posició central són estadístics que s'utilitzen amb la intenció de resumir una mostra de dades numèriques en un sol valor, que la represente de la millor manera possible. D'una banda, aquesta simplificació significa una pèrdua d'informació però, d'una altra, hi ha distints enfocaments raonables per a buscar el centre de la mostra.

Les tres mesures de posició central més populars i utilitzades són:

- Mitjana aritmètica: valor equitatiu que aconsegueix sumar el mateix total que els distints valors de la mostra.
- Mediana: valor que deixa per davall el 50% de les dades de la mostra, i per damunt l'altre 50% de les dades de la mostra, independentment de com estiguen d'allunyades.
- Moda: valor més abundant en la mostra.

Per a una descripció més completa de la mostra és necessari complementar, sempre, la mesura de posició central amb una mesura de dispersió que indique l'homogènia o heterogènia que és la mostra localitzada entorn de la seua mesura de posició central.

Les escales tipus Likert serveixen per a mesurar conceptes com ara el "grau d'acord" enfront d'un enunciat o el "nivell de satisfacció" respecte a un servei. En aquestes escales hi ha un nombre de respostes possibles, que corresponen a unes categories "ordenades", de la més adversa a la més favorable. Aquest és el cas de les preguntes

(o ítems) de l'**Enquesta de valoració de l'alumnat sobre l'activitat docent del professorat**, que usa una escala tipus Likert de 5 categories.

Per a valorar globalment cada ítem de l'enquesta, es prenen les respostes de l'alumnat a aquest ítem. Una taula de freqüències d'aquestes respostes resumiria la mostra sense pèrdua d'informació. No obstant això, aquest resum és complex per a establir comparacions, i se sol requerir una major simplificació, consistent en una valoració "mitjana".

En aquest sentit, es poden usar tant la mediana com la moda, cadascuna amb els avantatges i inconvenients que s'apunten més avant. La utilització de la mitjana aritmètica en dades ordinals també és una pràctica habitual, però no està exempta de crítiques, ja que implica l'acceptació d'una "equidistància" entre els nivells consecutius de l'escala, que són inicialment subjectius.

Una altra pràctica habitual, tampoc exempta de polèmica (Knapp, 1990; Blaikie, 2003), és considerar una escala tipus Likert com una simplificació, o discretització, d'una variable de valoració numèrica. Per exemple, les qualificacions suspens, aprovat, notable i excel·lent són categories en les quals es recodifica la nota numèrica obtinguda després de l'avaluació de totes les activitats d'una assignatura. Davall aquesta òptica, es pot calcular la mediana de les categories, com es fa amb dades numèriques agrupades en intervals (Martín-Pliego, 2004, pp. 48-50).

MITJANA ARITMÈTICA

La mitjana aritmètica és la mesura més utilitzada, per la seua facilitat de càlcul en tots els casos. Representa de manera "justa" la pluralitat de la mostra, perquè és un valor que compensa les altes i baixes dades, en el sentit d'un repartiment equitatiu. La seua principal virtut és que té en compte el valor de totes les dades, encara que això suposa també una debilitat, ja que:

- En primer lloc, és molt sensible a errors involuntaris en la presa de dades. Per exemple:
    - 1,18, 1,25, 1,32, 1,38 i 1,64 dóna una mitjana d'1,354.
    - 1,18, 125, 1,32, 1,38 i 1,64 dóna una mitjana de 26,104.
    - Una relliscada en el decimal de l'última dada fa que la mitjana aritmètica es descentre extraordinàriament de la part "bona" de la mostra.
- En segon lloc, quan la mostra conté dades de grups molt heterogenis, es desaconsella la mitjana aritmètica. Per exemple, la distribució de salaris en una

societat desigual pot contenir una gran part de la mostra amb dades per davall de 1.000 €, i una xicoteta fracció amb dades superiors a 10.000 €. El valor de la mitjana s'elevaria per damunt dels 1.000 €, deixant a quasi tota la mostra a la seua esquerra i perdent, per consegüent, la capacitat de representació de la majoria de les dades.

Per a evitar aquesta "sensibilitat" (a aquest tipus d'errors involuntaris o a aquest tipus de mostres heterogènies) es pot acudir al concepte de mitjana retallada, que es calcula descartant una fracció de les dades més extremes de la mostra, a un costat i a l'altre, i calculant la mitjana aritmètica dels valors que queden. Es pot descartar el 5%, el 10%, etc., a elecció de l'usuari.

Una altra forma d'evitar els defectes de la mitjana aritmètica és usar la mediana, que es comenta més avant.

D'altra banda, cal assenyalar que la sensibilitat de la mitjana aritmètica, en escales tipus Likert, amb un nombre reduït de categories, no és crítica (com en l'exemple dels salaris), perquè el rang de valors possibles no és tan ampli: la desviació que pot produir, en la mitjana, una xicoteta fracció de dades errònies, o poc representatives de la resta, és relativa.

Com a exemple, la mostra 114.445.555 té:

- una mitjana de 3,78 (que es pot interpretar intuïtivament com un representant "pobre" de la mostra, però que té en compte totes les dades),
- una mitjana 1-retallada de 4,00 (suprimint una dada de cada extrem), i
- una mitjana 2-retallada de 4,4 (suprimint dos dades de cada extrem).

MEDIANA

La mediana és un estadístic el càlcul del qual és laboriós si es realitza de forma manual, però no amb eines informàtiques. Representa de manera "justa" la pluralitat de la mostra, perquè és un valor que compensa les dades altes i les baixes, en el sentit de no deixar-se portar pels extrems, i situar-se deixant a la meitat de les dades de la mostra a cada costat. Perquè estiga realment ben definida és necessari que hi haja una quantitat imparella de dades, però quan la quantitat és parella, es pren (per conveni) com a mediana, la mitjana aritmètica dels dos valors "centrals".

El principal defecte de la mediana és que no té en compte els valors de totes les dades, sinó només la seua relació d'ordre. Però aquest defecte es converteix en virtut

enfront de la mitjana aritmètica, en els dos casos que s'assenyalaven en l'apartat anterior:

- En primer lloc, és "robusta" enfront d'errors involuntaris en la presa de dades. Per exemple:
    - 1,18, 1,25, 1,32, 1,38 i 1,64 dóna una mediana d'1,32.
    - 1,18, 125, 1,32, 1,38 i 1,64 dóna una mediana d'1,38.
    - Una relliscada en el decimal d'una dada encara manté la mediana prou centrada en la part "bona" de la mostra.
- En segon lloc, quan la mostra conté dades de grups molt heterogenis, com en l'exemple de la distribució de salaris en una societat desigual, el valor de la mediana se situaria entre les dades que representen al grup més nombrós, encara que molt lleument desplaçat cap amunt, per l'efecte de les dades de grans mides. No perdria així la seua capacitat de representació de la majoria de les dades.

En escales tipus Likert amb un nombre reduït de nivells, la (lloada) robustesa de la mediana es tradueix en una incapacitat per a discriminar entre mostres que presenten realitats palpablement distintes, la qual cosa es pot apreciar com una debilitat. Per exemple:

- 111.144.444 té una mediana de 4.
- 444.445.555 també té una mediana de 4.

Aquestes dues mostres representen realitats molt diferents, que la mediana no sap discernir.

Si s'interpreta l'escala tipus Likert com una simplificació o discretització d'una variable numèrica, es pot calcular la mediana de les dades, com a agrupades en intervals, i suposadament distribuïdes de manera uniforme en els intervals. D'aquesta manera la mediana, així calculada, discrimina els casos anteriors. En el primer cas, la mostra correspon a la taula de freqüències:

Resposta	1	2	3	4	5	
Interval	[1, 1,5]	]1,5, 2,5]	]2,5, 3,5]	]3,5, 4,5]	]4,5, 5]	TOTAL
Freqüència	4	0	0	5	0	9

I la mediana, que seria la cinquena dada (per deixar 4 dades a cada costat), estaria en l'interval]3,5, 4,5], i el seu valor es calcula com:

$$3{,}5 + \frac{9/2 - 4}{5} \times (4{,}5 - 3{,}5) = 3{,}6$$

La segona mostra, la taula de freqüències de la qual és:

Resposta	1	2	3	4	5	
Interval	[1, 1,5]	]1,5, 2,5]	]2,5, 3,5]	]3,5, 4,5]	]4,5, 5]	TOTAL
Freqüència	0	0	0	5	4	

continua tenint la mediana en el mateix interval]3,5, 4,5], i el seu valor es calcula així:

$$3{,}5 + \frac{9/2 - 0}{5} \times (4{,}5 - 3{,}5) = 4{,}4$$

Com s'observa, la mediana sempre roman en l'interval corresponent a la seua definició, però el seu valor estimat es veu desplaçat, afectat per la distribució de valors de la mostra completa; reflecteix així una gradualitat que no contempla la utilització de les dades directes de l'escala.

MODA

La moda és un estadístic que destaca, de tota la mostra, el valor més abundant. En algunes ocasions hi ha més d'una moda, i en altres, amb mostres molt disperses, la moda coincideix amb només un xicotet percentatge de la mostra. La utilització de la moda en dades categòriques és justa, per representar la categoria majoritària, però amb dades ordinals, com ara els corresponents a escales tipus Likert, desaprofita la relació d'ordre i el seu poder de representació de la mostra pot ser molt limitat.

CONCLUSIÓ

Les tres mesures principals de posició central, així com les variants comentades, tenen característiques que les fan prevaldre en alguns escenaris, i no tant en altres. La mediana és la més adequada a l'escala tipus Likert dels qüestionaris d'avaluació docent, amb 5 nivells. A més, la interpretació d'aquests nivells de l'escala com a intervals d'una escala numèrica de valoració, permet el càlcul d'una mediana (per intervals), amb una capacitat de matisació superior. S'inclou en annex el càlcul sistemàtic d'aquesta mediana, així com dels quartils superior i inferior.

REFERÈNCIES

- Blaikie N. (2003), *Analysing Quantitative Data*, Sage Publications, London.
- Knapp TR. (1990), *Treating ordinal scales as interval scales: an attempt to resolve the controversy*, Nurs Res 39, 121-123.
- Martín-Pliego FJ. (2004), *Introducción a la Estadística Económica y Empresarial: teoría y práctica*, Thomson, Madrid.

ANNEX. Càlcul de la mediana i els quartils de les respostes, per a resumir la valoració de cada ítem de l'Enquesta de valoració de l'alumnat sobre l'activitat docent del professorat, considerant l'escala com a agrupació en intervals d'una variable numèrica

Cada ítem de l'enquesta es resumeix globalment en una posició central, mitjançant la mediana de les respostes emeses per l'alumat, amb la interpretació de l'escala tipus Likert com l'agrupació en cinc intervals d'una variable numèrica contínua. També es calculen els quartils per a descriure la dispersió de les respostes a aquest.

I) Es recodifiquen les *n* respostes, corresponents als cinc nivells de l'escala tipus Likert, a valors numèrics d'1 a 5, i s'ordenen de manera creixent.

II) Es calculen les *posicions* per davall de les quals es troben el 25, 50 i 75% de les respostes, de la manera següent:

- $V_n25 = n/4$
- $V_n50 = n/2$
- $V_n75 = 3n/4$
- Els valors obtinguts s'arrodoneixen al número sencer superior.

III) Es calculen els valors que ocupen les posicions obtingudes en el pas anterior:

- *v_li1* és el valor que ocupa la posició *V_n*25
- *v_li2* és el valor que ocupa la posició *V_n*50
- *v_li3* és el valor que ocupa la posició *V_n*75

IV) Es consideren els intervals [1, 1,5], [1,5, 2,5], [2,5, 3,5], [3,5, 4,5] i [4,5, 5], i es denota per I1, I2 i I3, respectivament, els intervals que contenen als valors v_li1, v_li2 i v_li3, respectivament.

V) A continuació es calculen els valors:

- Primer quartil o quartil inferior: V_q1 =$L1 + \frac{n/4 - nbq1}{ndq1} \times I1r$
- Mediana: V_q2 =$L2 + \frac{2n/4 - nbq2}{ndq2} \times I2r$
- Tercer quartil o quartil superior: V_q3 =$L3 + \frac{\frac{3n}{4} - nbq3}{ndq3} \times I3r$

  On:

  - $L1$, $L2$ i $L3$ els extrems inferiors dels intervals *I1*, *I2* i *I3*, respectivament.
  - $I1r$, $I2r$ i $I3r$ les amplituds dels intervals *I1*, *I2* i *I3*, respectivament (la diferència entre els extrems).
  - $nbq1$, $nbq2$ i $nbq3$ les quantitats de valors o respostes que hi ha en els intervals que estan per baix dels intervals *I1*, *I2* i *I3*, respectivament.
  - $ndq1$, $ndq2$ i $ndq3$ les quantitats de valors o respostes que hi ha dins dels intervals *I1*, *I2* i *I3*, respectivament.